

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КАЛУЖСКОЙ ОБЛАСТИ

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Калужской области

«Калужский техникум электронных приборов»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

для студентов – заочников

специальность 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы

(код и наименование специальности)

Калуга, 2017

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для специальности 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы.

Рассмотрено цикловой (предметной) комиссией математических и общих естественнонаучных дисциплин.

Председатель Ц(П)К ЕН _____ Т.М. Соболева

Разработчик: _____ Т.М. Соболева

Обсуждено и одобрено на заседании научно-методического совета

ГБПОУ КО «КТЭП»

Протокол заседания от «__» ____ 2017 г. № __

Председатель научно-методического совета – зам. директора по учебной работе

_____ Е.А. Косорукова

СОДЕРЖАНИЕ

1. Тематический план и содержание учебной дисциплины
2. Методические указания к выполнению контрольной работы
3. Варианты контрольной работы
4. Перечень практических работ
5. Перечень вопросов к дифференцированному зачету
6. Список рекомендуемой литературы
7. Приложения

1. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, самостоятельная работа обучающихся.	Объем часов	Уровень освоения
1	2	3	4
Раздел 1		2	
Введение. Элементы комбинаторики.	Предмет теории вероятностей и математической статистики; его основные задачи и области применения. Правило произведения; размещения с повторениями; размещения без повторений; перестановки; размещения с заданным количеством повторений каждого элемента; неупорядоченные выборки; сочетания без повторений; сочетания с повторениями.	2	1
	Самостоятельная работа обучающихся: решение задач на расчет количества выборов.	10	2
Раздел 2		2	
Элементы теории вероятностей. Случайные события. Классическое определение вероятности. Вероятности сложных событий. Схема Бернулли.	Содержание учебного материала: понятие случайного события; совместные и несовместные события; полная группа событий; равновозможные события; общее понятие о вероятности события как о мере возможности его наступления; классическое определение вероятности; методика вычисления вероятностей событий по классической формуле; определение вероятности с использованием элементов комбинаторики; противоположное событие; вероятность противоположного события; произведение событий; сумма событий; условная вероятность; теорема умножения вероятностей; независимые события; вероятность произведения независимых событий; вероятность суммы совместных событий; формула полной вероятности;	2	1

	формула Бейеса; понятие схемы Бернулли; формула Бернулли; локальная и интегральная формулы Муавра – Лапласа в схеме Бернулли.		
	Самостоятельная работа обучающихся: вычисление вероятностей событий по классической формуле определения вероятности, вычисление вероятностей сложных событий, вычисление вероятностей событий в схеме Бернулли.	16	2
Раздел 3		2	
Дискретные случайные величины (ДСВ). Непрерывные случайные величины (НСВ).	Понятие случайной величины; понятие дискретной случайной величины; примеры ДСВ; распределение ДСВ; графическое изображение распределения ДСВ; независимые случайные величины; функции от ДСВ; методика записи распределения функции от одной ДСВ; методика записи распределения функции от двух независимых ДСВ; математическое ожидание ДСВ: определение, сущность, свойства; дисперсия ДСВ: определение, сущность, свойства; среднеквадратическое отклонение ДСВ: определение, сущность, свойства; понятие биномиального распределения, характеристики биномиального распределения; понятие геометрического распределения, характеристики геометрического распределения. Понятие НСВ; примеры НСВ; понятие равномерно распределенной НСВ; формула вычисления вероятностей для равномерно распределенной НСВ; понятие случайной точки, равномерно распределенной в плоской фигуре; формула вычисления вероятностей для такой случайной точки; функция плотности НСВ: определение, свойства; функция плотности для равномерно распределенной НСВ; интегральная функция распределения НСВ: определение, свойства, ее связь с функцией плотности; методика расчета вероятностей для НСВ по ее функции плотности и интегральной функции распределения; методика вычисления математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения НСВ по ее функции плотности; медиана НСВ: определение, методика нахождения; определение	2	1

	<p>и функция плотности нормально распределенной НСВ; кривая Гаусса и ее свойства; интегральная функция распределения нормально распределенной НСВ; определение и функция плотности показательно распределенной НСВ; интегральная функция распределения показательно распределенной НСВ; характеристики показательно распределенной НСВ.</p>		
	<p>Самостоятельная работа обучающихся: решение задач на запись распределения ДСВ, вычисление характеристик ДСВ; вычисление характеристик функций от ДСВ. Решение задач по формуле геометрического определения вероятности (для одномерного случая, для двумерного случая); вычисление вероятностей и нахождение характеристик для НСВ с помощью функции плотности и интегральной функции распределения; вычисление вероятностей для нормально распределенной величины; вычисление вероятностей и нахождение характеристик для показательно распределенной величины.</p>	16	2
<p>Раздел 4</p>		2	
<p>Элементы математической статистики. Вероятность и частота. Выборочный метод. Статистические оценки параметров распределения. Моделирование</p>	<p>Содержание учебного материала: ряд значений (медиана, мода, размах, среднее значение), генеральная совокупность; понятие частоты события; статистическое понимание вероятности; сущность выборочного метода; дискретные и интервальные вариационные ряды; полигон и гистограмма; числовые характеристики выборки; понятие точечной оценки; точечные оценки для генеральной средней, генеральной дисперсии и генерального среднеквадратического отклонения; понятие интервальной оценки; надежность доверительного интервала; интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии; точечная оценка вероятности события; интервальная оценка</p>	2	1

случайных величин. Метод статистических испытаний.	вероятности события; примеры моделирования случайных величин с помощью физических экспериментов; таблицы случайных чисел; генератор значений случайной величины, равномерно распределенной на отрезке $[0,1]$; моделирование ДСВ; моделирование НСВ; моделирование случайной точки, равномерно распределенной в прямоугольнике.		
	Самостоятельная работа обучающихся: построение для заданной выборки ее графической диаграммы; расчет по заданной выборке ее числовых характеристик; интервальное оценивание математического ожидания нормального распределения; интервальное оценивание вероятности события.	16	2
	<i>Всего</i>	<i>8 часов</i>	

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:

- 1 – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
- 2 – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
- 3 – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

2. Методические указания к выполнению контрольной работы

При выполнении контрольной работы нужно строго придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не учитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Контрольную работу следует выполнять в тонкой тетради чернилами темно синего, фиолетового или черного цвета, оставляя поля для замечаний рецензента.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия, имя, отчество студента, группа, учебный шифр, дата отсылки работы в колледж. В конце работы следует поставить дату выполнения работы и расписаться.

3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании строго по предложенному варианту.

Контрольные работы, содержащие задачи не своего варианта, не засчитываются.

4. Решения задач нужно располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой задачи надо полностью написать ее условие. Написать что дано и сформулировать вопрос. Решение задач следует излагать подробно, аккуратно объясняя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

Образец.

Дано:

События A : «...»;

B_1 : «...»; B_2 : «...»

$P(B_1)=0,6$; $P(B_2)=0,7$

$P_{B_1}(A)=0,95$; $P_{B_2}(A)=0,95$

Определить: $P(A)$ -?

Решение:

6. После получения прорецензированной работы, как незачтенной, так и зачтенной, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты.

7. Если рецензент предлагает внести в решения задач те или иные исправления и дополнения и предоставить их для повторной проверки, то это следует сделать в короткий срок.

8. В случае незачета работы и отсутствия прямого указания рецензента на то, что студент может ограничиться предоставлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново.

9. При возвращении работы на повторную проверку должна обязательно предоставляться и прорецензированная работа и рецензия на нее. В связи с этим рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для всех исправлений в соответствии с указаниями рецензента. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.

3. Варианты контрольной работы

1. Проверьте равенство: $C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1}$.

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
m	5	7	8	6	11	8	4	7	10	6	12	9	8
n	9	10	14	12	16	10	8	12	14	9	16	10	12
№ вар.	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
m	5	7	9	6	7	8	4	7	4	6	12	9	8
n	10	14	12	16	9	16	10	12	9	10	14	12	16

Образец решения задачи 1.

Проверьте равенство $C_{14}^9 + C_{14}^{10} = C_{15}^{10}$.

$$C_{14}^9 + C_{14}^{10} = 14!/(9!(14-9)!) + 14!/(10!(14-10)!) = (10*11*12*13*14)/5! + (11*12*13*14)/4! = 11*13*14 + 7*11*13 = 11*13*(14+7) = 11*13*21;$$

$$C_{15}^{10} = 15!/(10!(15-10)!) = (11*12*13*14*15)/5! = 11*3*13*7 = 11*13*21.$$

Ответ: равенство верное.

2. Бросают две игральные кости. Определить вероятность того, что:

а) сумма числа очков не превосходит N

б) произведение числа очков не превосходит N

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	4	7	5	10	3	4	6	5	9	6	8	7	11

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
N	3	8	9	5	4	10	11	6	7	4	5	8	9

3. На складе имеется N кинескопов, причем K из них изготовлены Львовским заводом. Найти вероятность того, среди R взятых наудачу кинескопов окажутся L кинескопа Львовского завода.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	15	10	12	15	13	14	8	10	15	16	18	9	11
K	10	8	10	10	9	10	5	5	10	12	12	5	7
R	5	5	5	6	5	6	5	3	9	6	6	4	5
L	3	2	4	3	4	3	3	2	5	5	4	2	3

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
N	15	10	12	13	14	16	13	11	12	12	14	11	12
K	7	7	6	10	9	10	7	6	10	9	9	8	7
R	5	6	5	7	6	7	8	3	8	6	5	6	6
L	3	3	3	3	4	3	4	2	5	3	4	4	2

Образец решения задач 2-3

В коробке находятся 4 розовых, 3 зеленых, 2 голубых и 1 белый кубик. Из коробки извлекают один кубик. Какова вероятность того, что из коробки извлечен зеленый кубик.

Всего 10 элементарных исходов ($n=10$):

розовый – w_1, w_2, w_3, w_4 ; зеленый – w_5, w_6, w_7 ; голубой – w_8, w_9 ; белый – w_{10}

Для зеленого 3 благоприятствующих элементарных исходов ($m=3$): w_5, w_6, w_7 . Тогда вероятность извлечения зеленого кубика (событие A) равна

$$P(A) = 3/10 = 0,3.$$

Ответ: 0,3.

4. Внутри круга радиуса R см наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг правильного N -угольника.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
R	5	6	7	8	9	8	7	6	5	10	11	12	13
N	3	4	6	8	12	3	4	6	8	12	3	4	6

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
R	13	12	7	8	9	10	11	10	9	8	7	6	4
N	8	12	3	4	6	8	12	3	4	6	8	12	3

Примечание. Для вычисления площади многоугольника воспользуйтесь формулой

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot n \cdot \sin \frac{2\pi}{n}$$

Образец решения задачи 4.

На плоскости начерчены две концентрические окружности. $r=5$ см, $R=10$ см. Найти вероятность того, что точка брошенная наудачу в большой круг попадет в кольцо, образованное построенными окружностями.

Решение. Площадь окружности G определяется по формуле $G = \pi R^2$. Площадь кольца g определяется по формуле $g = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$. Тогда вероятность того, что точка брошенная

наудачу в большой круг попадет в кольцо равна $P = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{\pi R^2} = 0,75$

Ответ: 0,75.

5. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна p_1 , а для второго – p_2 . Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
p1	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,45	0,50
p2	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,85	0,90

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
p1	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,65	0,50	0,55	0,60
p2	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,85	0,90

Образец решения задачи 5.

Два вентилятора работают независимо друг от друга. Вероятность поломки первого вентилятора $0,1$; для второго - $0,3$. Найти вероятность того, что в данный момент выйдет из строя только один вентилятор.

Решение. Пусть A — будет работать только первый вентилятор; B - будет работать только второй вентилятор. Тогда $A + B$ — работают или первый или второй вентилятор. События A и B независимые, поэтому $P(A + B) = P(A) + P(B)$. $P(A) = p_1 * q_2$; $P(B) = q_1 * p_2$, где p_1 - вероятность работы первого вентилятора, q_1 — вероятность поломки первого вентилятора ($q_1=0,1$); p_2 - вероятность работы второго вентилятора, q_2 — вероятность поломки второго вентилятора ($q_2=0,3$)

$$\text{тогда } p_1 = 1 - q_1 = 0,9; p_2 = 1 - q_2 = 0,7; P(A + B) = 0,9 * 0,7 + 0,1 * 0,3 = 0,34$$

Ответ: 0,34.

6. Среди N лотерейных билетов есть K выигрышных. Найти вероятность того, что L наудачу выбранные билета окажутся выигрышными.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	50	60	70	80	90	100	50	60	70	80	90	100	50
K	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
L	4	3	4	5	3	4	5	4	3	4	5	4	3

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
N	60	70	80	90	100	50	60	70	80	90	100	90	80
K	18	19	20	21	22	7	8	9	10	11	12	13	14
L	4	3	4	5	3	4	5	4	3	4	5	4	3

Образец решения задачи 6.

Имеются 2 урны, в каждой из которых находится по 10 шаров, причем в 1-й урне 7 белых и 3 черных шара, во 2-й - 2 белых и 8 черных. Некто подходит наудачу к одной из урн и вынимает шар. Найти вероятность того, что вынут белый шар.

Решение. Пусть А - вытягивание белого шара. Введем гипотезы H_1 и H_2 , при которых может произойти событие А: H_1 - подход к 1-й урне, H_2 - подход ко 2-й урне. Тогда $P(A)$ можно вычислить по формуле полной вероятности:

$$P(A)=P(H_1)*P_{H_1}(A)+ P(H_2)*P_{H_2}(A)$$

Так как $P(H_1)+ P(H_2) =1$, а события H_1 и H_2 - равновероятные, то $P(H_1)= P(H_2)=0,5$

Вероятности события «вытянуть белый шар» из первой и второй урн соответственно равны

$P_{H_1}(A)=0,7$ и $P_{H_2}(A)=0,2$, тогда

$$P(A)=0,5*0,7+0,5*0,2=0,45$$

Ответ: 0,45.

7. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить К бомб, вероятности попадания которых соответственно равны p_1, p_2, \dots, p_k .

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
К	5	4	3	3	5	4	3	4	5	4	3	5	3
p1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
p2	0,7	0,4	0,5	0,6	0,3	0,4	0,7	0,7	0,4	0,6	0,4	0,3	0,9
p3	0,6	0,5	0,6	0,7	0,4	0,3	0,5	0,6	0,9	0,7	0,7	0,6	0,4
p4	0,3	0,7			0,9	0,8		0,5	0,8	0,8		0,7	
p5	0,5				0,8				0,7			0,5	

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
К	5	4	3	3	5	4	3	4	5	4	3	5	3
p1	0,6	0,7	0,8	0,6	0,3	0,6	0,6	0,6	0,6	0,8	0,7	0,7	0,7
p2	0,7	0,8	0,9	0,8	0,6	0,5	0,5	0,3	0,3	0,6	0,4	0,5	0,5
p3	0,5	0,6	0,7	0,5	0,7	0,8	0,9	0,8	0,7	0,4	0,8	0,6	0,6
p4	0,4	0,3			0,5	0,3		0,7	0,8	0,5		0,4	
p5	0,5				0,4				0,5			0,9	

Образец решения задачи 7. Три эксперта независимо друг от друга дают правильное заключение о возможности строительства в данной местности АЭС с вероятностями $p_1=0,8$; $p_2=0,7$; $p_3=0,9$ соответственно. Найти вероятность правильного заключения хотя бы одним из экспертов (событие А).

Решение Если обозначить через A_1 - вынесение 1-м экспертом правильного заключения; A_2 - вынесение 2-м экспертом правильного заключения, A_3 - вынесение 3-м экспертом правильного заключения, то имеем: $P(A_1+A_2+\dots+A_n)=1-(1-p_1)(1-p_2)\dots(1-p_n)$

$$P(A)=1-0,8*0,7*0,9=1-0,504=0,496$$

Ответ: 0,496.

8. В магазин поступают однотипные изделия с трех заводов, причем i -ый завод поставляет $m_i\%$ изделий ($i=1,2,3$). Среди изделий i -го завода $n_i\%$ первосортных. Куплено одно изделие. Оно оказалось первосортным. Определить вероятность того, что купленное изделие выпущено j -м заводом.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
m1	50	50	50	60	60	60	40	40	40	40	40	40	70
m2	30	30	30	20	20	20	30	30	30	20	20	20	20
m3	20	20	20	20	20	20	30	30	30	40	40	40	10
n1	70	70	70	70	70	70	80	80	80	90	90	90	70
n2	80	80	80	80	80	80	80	80	80	90	90	90	80
n3	90	90	90	90	90	90	90	90	90	60	80	80	90
j	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
m1	70	70	60	60	60	50	50	50	30	30	30	20	20
m2	20	20	10	10	10	20	20	20	30	30	30	40	40
m3	10	10	30	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40
n1	70	70	80	80	80	90	90	90	70	70	70	90	90
n2	80	80	90	90	90	80	80	80	70	70	70	70	70
n3	90	90	80	80	80	90	90	90	80	80	80	80	80
j	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2

Образец решения задачи 8.

Имеются 2 урны, в каждой из которых находится по 10 шаров, причем в 1-й урне 7 белых и 3 черных шара, во 2-й - 2 белых и 8 черных. Некто подходит наудачу к одной из урн и вынимает шар. Он оказался белым. Найти вероятность того, что он вытянут из 2-й урны.

Решение. Пусть как и прежде A – «Вытягивание белого шара из урны», H_1 – «Подход к 1-й урне», H_2 – «Подход ко 2-й урне». Требуется найти $P_A(H_2)$. По формуле Байеса имеем

$$P_A(H_2) = \frac{P(H_2) \cdot P_{H_2}(A)}{P(A)}$$

Так как $P(H_2) = 0,5$; $P_{H_2}(A) = 0,2$; $P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) = 0,45$ (вычислено по формуле полной вероятности), то

$$P_A(H_2) = \frac{0,5 \cdot 0,2}{0,45} = \frac{2}{9}$$

Ответ: 2/9.

10. Вероятность появления события в каждом из N независимых испытаний равна p . Найти вероятность того, что: а) событие появится K раз; б) событие появится от K раз до $K+50$ раз.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340
K	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
p	0,5	0,6	0,7	0,5	0,6	0,7	0,5	0,6	0,7	0,5	0,6	0,7	0,5

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
N	360	380	400	420	440	460	480	500	520	540	560	580	600
K	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270
p	0,6	0,7	0,5	0,6	0,7	0,5	0,6	0,7	0,5	0,6	0,7	0,5	0,6

Образец решения задачи 9.

а) Вероятность появления события А в каждом испытании равна 0,2. Какова вероятность того, что при 400 испытаниях событие А наступит ровно 80 раз?

Решение. Используя формулу Муавра-Лапласа, имеем $x = \frac{80 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = 0$
 $\Phi(0) = 0,3989$ (находим по таблице 1 приложения),

$$P_{400}(80) \approx \frac{0,3989}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = \frac{0,3989}{8} = 0,0486$$

б) Вероятность появления события А в каждом испытании равна 0,2. Какова вероятность того, что при 400 испытаниях событие А будет наблюдаться от 70 до 100 раз?

Решение. Используя интегральную теорему Муавра-Лапласа, имеем

$$x_1 = \frac{70 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = -1,25 \quad x_2 = \frac{100 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = 2,5$$

$\Phi(-1,25) = -0,3944$; $\Phi(2,5) = 0,4938$ (находим по таблице 2 приложения),

$$P_{400}(7, 100) = \Phi(2,5) - \Phi(-1,25) = 0,4938 + 0,3944 = 0,8882.$$

Ответ: а) 0,0486; б) 0,8882.

11. Дискретная случайная величина X задана законом распределения. Найти числовые характеристики (математическое ожидание, закон распределения отклонения ДСВ X от её математического ожидания, дисперсию,) дискретной случайной величины X .

Вариант 1.

x	1	2	4	5
p	0,1	0,3	0,2	0,4

Вариант 2.

x	2	3	5	7
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Вариант 3.

x	2	4	6	8
p	0,1	0,3	0,2	0,4

Вариант 3.

x	1	2	4	5
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Вариант 4.

x	2	3	5	7
p	0,1	0,3	0,2	0,4

Вариант 5.

x	1	3	5	9
p	0,5	0,1	0,3	0,1

Вариант 6.

x	2	5	7	8
p	0,2	0,4	0,1	0,3

Вариант 7.

x	1	2	4	5
p	0,1	0,3	0,2	0,4

Вариант 8.

x	2	3	5	7
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Вариант 9.

x	1	3	5	9
p	0,2	0,4	0,1	0,3

Вариант 10.

x	1	2	4	5
p	0,5	0,1	0,3	0,1

Вариант 11.

x	2	5	7	8
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Вариант 12.

x	1	2	4	5
p	0,6	0,1	0,2	0,1

Вариант 13.

x	1	3	5	7
p	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 14.

x	2	5	7	8
p	0,6	0,1	0,2	0,1

Вариант 15.

x	1	2	4	5
p	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 16.

x	2	5	7	8
p	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 17.

x	5	7	9	10
p	0,6	0,1	0,2	0,1

Вариант 18.

x	1	2	4	5
p	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 19.

x	2	5	6	8
p	0,4	0,3	0,2	0,1

Вариант 20.

x	1	3	4	5
p	0,4	0,2	0,3	0,1

Вариант 21.

x	2	3	4	6
p	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 22.

x	2	3	5	7
p	0,4	0,2	0,3	0,1

Вариант 23.

x	1	3	4	6
p	0,4	0,2	0,3	0,1

Вариант 24.

x	2	4	5	7
p	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 25.

x	2	3	4	7
p	0,4	0,2	0,3	0,1

Вариант 26.

x	1	3	5	7
p	0,4	0,2	0,3	0,1

Образец решения задачи **10**.

Дискретная случайная величина X задана законом распределения. Найти числовые характеристики (математическое ожидание, закон распределения отклонения ДСВ X от её математического ожидания, дисперсию) дискретной случайной величины X .

x	4	3	7	6
p	0,2	0,1	0,3	0,4

Математическое ожидание: $M(X) = 4*0,2 + 3*0,1 + 7*0,3 + 6*0,4 = 5,6$.

Закон распределения отклонения ДСВ X от её математического ожидания:

$X - M(X)$	-1,6	-2,6	1,4	0,4
p	0,2	0,1	0,3	0,4

Закон распределения квадрата отклонения ДСВ X от её математического ожидания:

$(X - M(X))^2$	2,56	6,76	1,96	0,16
p	0,2	0,1	0,3	0,4

Дисперсия: $D(X) = M((X - M(X))^2) = 2,56*0,2 + 6,76*0,1 + 1,96*0,3 + 0,16*0,4 = 1,84$.

Ответ: $M(X) = 5,6$; $D(X) = 1,84$.

11. Найти среднее значение, размах, медиану и моду ряда значений.

№ варианта	ряд значений
1	12, 4, 1, 43, 23, 10, 67, 21, 5, 34, 45, 10
2	64, 12, 9, 4, 18, 77, 5, 13, 9, 17, 3, 2, 55
3	6, 58, 44, 11, 31, 9, 5, 1, 47, 36, 58, 7
4	9, 13, 8, 77, 17, 35, 16, 8, 21, 4, 7, 55
5	1, 66, 23, 15, 17, 9, 12, 5, 33, 61, 15, 32, 7
6	21, 4, 1, 47, 23, 15, 67, 21, 15, 34, 45, 7
7	64, 12, 9, 4, 17, 77, 3, 13, 19, 17, 3, 2, 55
8	16, 8, 44, 11, 31, 9, 5, 1, 47, 36, 8, 7
9	9, 13, 28, 7, 17, 35, 16, 8, 21, 4, 7, 51
10	1, 6, 23, 15, 27, 9, 12, 5, 32, 61, 25, 32, 7
11	12, 4, 1, 25, 23, 11, 67, 25, 5, 34, 45, 6
12	14, 12, 9, 4, 11, 77, 5, 11, 29, 17, 3, 2, 55
13	26, 5, 44, 11, 31, 9, 5, 1, 17, 36, 86, 7
14	9, 13, 8, 77, 17, 5, 16, 8, 21, 14, 7, 5
15	1, 16, 23, 25, 16, 9, 12, 5, 33, 61, 15, 32, 7
16	20, 4, 1, 15, 23, 11, 67, 21, 15, 34, 45, 9
17	64, 22, 19, 4, 18, 77, 5, 13, 9, 18, 3, 2, 55
18	60, 58, 44, 11, 31, 9, 5, 1, 44, 36, 86, 7
19	9, 33, 8, 77, 17, 33, 16, 18, 21, 4, 7, 55
20	1, 66, 13, 15, 17, 9, 12, 5, 13, 61, 35, 32, 7
21	23, 4, 10, 45, 23, 11, 67, 21, 5, 34, 46, 9
22	64, 2, 19, 4, 18, 77, 5, 13, 9, 17, 3, 2, 53
23	6, 58, 44, 11, 31, 9, 5, 1, 47, 36, 86, 7
24	9, 13, 8, 77, 17, 35, 16, 18, 21, 4, 77, 50
25	10, 6, 23, 75, 17, 9, 12, 5, 33, 6, 15, 32, 7
26	20, 4, 1, 35, 23, 11, 67, 21, 5, 33, 45, 7

12. Построить полигон относительных частот по данному распределению выборки.

№ варианта	1						2					
Варианта x_i	12	14	16	18	20	22	15	20	25	30	35	40
Частота n_i	5	15	50	16	10	4	15	20	10	10	25	20

№ варианта	3						4					
Варианта x_i	2	5	8	11	14	17	15	20	25	30	35	40
Частота n_i	13	27	18	16	12	14	5	12	18	15	35	15

№ варианта	5						6					
Варианта x_i	12	14	16	18	20	22	15	20	25	30	35	40
Частота n_i	13	27	18	16	12	14	5	12	18	15	35	15

№ варианта	7						8					
Варианта x_i	2	5	8	11	14	17	15	20	25	30	35	40
Частота n_i	5	15	50	16	10	4	15	20	10	10	25	20
№ варианта	9						10					
Варианта x_i	4	9	14	19	24	29	5	15	25	35	45	55
Частота n_i	5	15	50	16	10	4	15	20	10	10	25	20

№ варианта	11						12					
Варианта x_i	4	9	14	19	24	29	5	15	25	35	45	55
Частота n_i	15	25	50	35	10	15	25	20	10	20	35	40

№ варианта	13						14					
Варианта x_i	2	5	8	11	14	17	15	20	25	30	35	40
Частота n_i	15	25	50	35	10	15	25	20	10	20	35	40

№ варианта	15						16					
Варианта x_i	12	14	16	18	20	22	15	20	25	30	35	40
Частота n_i	15	25	50	35	10	15	25	20	10	20	35	40

№ варианта	17						18					
Варианта x_i	7	14	21	28	35	42	11	14	17	20	23	26
Частота n_i	25	20	10	20	35	40	15	25	50	35	10	15

№ варианта	19						20					
Варианта x_i	7	14	21	28	35	42	11	14	17	20	23	26
Частота n_i	35	30	20	25	40	50	25	35	55	45	15	25

№ варианта	21						22					
Варианта x_i	12	14	16	18	20	22	15	20	25	30	35	40
Частота n_i	35	30	20	25	40	50	25	35	55	45	15	25

№ варианта	23						24					
Варианта x_i	2	5	8	11	14	17	15	20	25	30	35	40
Частота n_i	25	35	55	45	15	25	35	30	20	25	40	50

№ варианта	25						26					
Варианта x_i	15	20	25	30	35	40	2	5	8	11	14	17
Частота n_i	15	35	45	55	20	30	35	30	20	25	40	50

4. Перечень практических работ

Раздел 1. Элементы комбинаторики

Раздел 2. Вероятности случайных событий

1. Классическая формула вероятности случайного события
2. Определение вероятностей сложных событий
3. Полная вероятность и формула Байеса
4. Повторение испытаний

Раздел 3 Случайная величина

5. Распределение дискретной случайной величин
6. Математическое ожидание дискретной случайной величины
7. Дисперсия дискретной случайной величины

Раздел 4 Элементы математической статистики и случайные процессы

8. Нахождение числовых характеристик ряда значений.
9. Построение полигона и гистограммы

5. Перечень вопросов

1. Понятия комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки.
2. Определения вероятности случайного события. Свойства вероятности.
3. Классическое понятие вероятности.
4. Геометрическое понятие вероятности.
5. Совместные и несовместные события.
6. Зависимые и независимые события.
7. Противоположные события.
8. Полная группа событий.
9. Алгебра событий. Вероятность сложных событий.
10. Полная вероятность. Формулы Бейеса.
11. Повторение испытаний. Формулы Бернулли и Муавра-Лапласа.
12. Дискретная случайная величина.
13. Закон распределения дискретной случайной величины.
14. Характеристики дискретной случайной величины.
15. Задача математической статистики.
16. Статистическое понятие вероятности.
17. Числовые характеристики ряда значений.
18. Генеральная и выборочная совокупность.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основные источники:

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2009.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2004.

Дополнительные источники:

Белько И.В., Свирид Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи. - Минск:

Новое знание 2007.

1. Зубков А.М. Севостьянов Б.А. и др. Сборник задач по теории вероятности. – СПб.: Лань, 2009.
2. Кочетков Е.С., Смерчинская С.О. Теория вероятностей в задачах и упражнениях. - М.: Форум, 2008.
3. Юсупов Р.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для студентов вузов – Астрахань: АГТУ, 2000.

7. Приложения

Таблица 1

Таблица значений функции $\phi(x)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002.	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблица значений функции $\Phi(x)$

Таблица 2

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,24	0,0948	0,48	0,1844	0,72	0,2642
0,01	0,0040	0,25	0,0987	0,49	0,1879	0,73	0,2673
0,02	0,0080	0,26	0,1026	0,50	0,1915	0,74	0,2703
0,03	0,0120	0,27	0,1064	0,51	0,1950	0,75	0,2734
0,04	0,0160	0,28	0,1103	0,52	0,1985	0,76	0,2764
0,05	0,0199	0,29	0,1141	0,53	0,2019	0,77	0,2794
0,06	0,0239	0,30	0,1179	0,54	0,2054	0,78	0,2823
0,07	0,0279	0,31	0,1217	0,55	0,2088	0,79	0,2852
0,08	0,0319	0,32	0,1255	0,56	0,2123	0,80	0,2881
0,09	0,0359	0,33	0,1293	0,57	0,2157	0,81	0,2910
0,10	0,0398	0,34	0,1331	0,58	0,2190	0,82	0,2939
0,11	0,0438	0,35	0,1368	0,59	0,2224	0,83	0,2967
0,12	0,0478	0,36	0,1406	0,60	0,2257	0,84	0,2995
0,13	0,0517	0,37	0,1443	0,61	0,2291	0,85	0,3023
0,14	0,0557	0,38	0,1480	0,62	0,2324	0,86	0,3051
0,15	0,0596	0,39	0,1517	0,63	0,2357	0,87	0,3078
0,16	0,0636	0,40	0,1554	0,64	0,2389	0,88	0,3106
0,17	0,0675	0,41	0,1591	0,65	0,2422	0,89	0,3133
0,18	0,0714	0,42	0,1628	0,66	0,2454	0,90	0,3159
0,19	0,0753	0,43	0,1664	0,67	0,2486	0,91	0,3186
0,20	0,0793	0,44	0,1700	0,68	0,2517	0,92	0,3212
0,21	0,0832	0,45	0,1736	0,69	0,2549	0,93	0,3238
0,22	0,0871	0,46	0,1772	0,70	0,2580	0,94	0,3264
0,23	0,0910	0,47	0,1808	0,71	0,2611	0,95	0,3289

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,96	0,3315	1,37	0,4147	1,78	0,4625	2,36	0,4909
0,97	0,3340	1,38	0,4162	1,79	0,4633	2,38	0,4913
0,98	0,3365	1,39	0,4177	1,80	0,4641	2,40	0,4918
0,99	0,3389	1,40	0,4192	1,81	0,4649	2,42	0,4922
1,00	0,3413	1,41	0,4207	1,82	0,4656	2,44	0,4927
1,01	0,3438	1,42	0,4222	1,83	0,4664	2,46	0,4931
1,02	0,3461	1,43	0,4236	1,84	0,4671	-2,48	0,4934
1,03	0,3485	1,44	0,4251	1,85	0,4678	2,50	0,4938
1,04	0,3508	1,45	0,4265	1,86	0,4686	2,52	0,4941
1,05	0,3531	1,46	0,4279	1,87	0,4693	2,54	0,4945
1,06	0,3554	1,47	0,4292	1,88	0,4699	2,56	0,4948
1,07	0,3577	1,48	0,4306	1,89	0,4706	2,58	0,4951
1,08	0,3599	1,49	0,4319	1,90	0,4713	2,60	0,4953
1,09	0,3621	1,50	0,4332	1,91	0,4719	2,62	0,4956
1,10	0,3643	1,51	0,4345	1,92	0,4726	2,64	0,4959
1,11	0,3665	1,52	0,4357	1,93	0,4732	2,66	0,4961
1,12	0,3686	1,53	0,4370	1,94	0,4738	2,68	0,4963
1,13	0,3708	1,54	0,4382	1,95	0,4744	2,70	0,4965
1,14	0,3729	1,55	0,4394	1,96	0,4750	2,72	0,4967
1,15	0,3749	1,56	0,4406	1,97	0,4756	2,74	0,4969
1,16	0,3770	1,57	0,4418	1,98	0,4761	2,76	0,4971
1,17	0,3790	1,58	0,4429	1,99	0,4767	2,78	0,4973
1,18	0,3810	1,59	0,4441	2,00	0,4772	2,80	0,4974
1,19	0,3830	1,60	0,4452	2,02	0,4783	2,82	0,4976
1,20	0,3849	1,61	0,4463	2,04	0,4793	2,84	0,4977
1,21	-0,3869	1,62	0,4474	2,06	0,4803	2,86	0,4979

1,22	0,3883	1,63	0,4484	2,08	0,4812	2,88	0,4980
1,23	0,3907	1,64	0,4495	2,10	0,4821	2,90	0,4981
x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,24	0,3925	1,65	0,4505	2,12	0,4830	2,92	0,4982
1,25	0,3944	1,66	0,4515	2,14	0,4838	2,94	0,4984
1,26	0,3962	1,67	0,4525	2,16	0,4846	2,96	0,4985
1,27	0,3980	1,68	0,4535	2,18	0,4854	2,98	0,4986
1,28	0,3997	1,69	0,4545	2,20	0,4861	3,00	0,49865
1,29	0,4015	1,70	0,4554	2,22	0,4868	3,20	0,49931
1,30	0,4032	1,71	0,4564	2,24	0,4875	3,40	0,49966
1,31	0,4049	1,72	0,4573	2,26	0,4881	3,60	0,499841
1,32	0,4066	1,73	0,4582	2,28	0,4887	3,80	0,499928
1,33	0,4082	1,74	0,4591	2,30	0,4893	4,00	0,499968
1,34	0,4099	1,75	0,4599	2,32	0,4896	4,50	0,499997
1,35	0,4115	1,76	0,4608	2,34	0,4904	5,00	0,499997
1,36	0,4131	1,77	0,4616				